

Cálculo Diferencial e Integral - FAATESP
Segundo Semestre de 2009 - Automação Industrial
Informações e Lista de exercícios nº2

Professor David

AVISOS GERAIS:

Datas de provas:

13/11/2009 Revisão. Prova intermediária (pi2).

27/11/2009 Revisão. Prova (P2).

18/12/2009 Prova Substitutiva (P3).

Aulas de Sábado: 31/10/2009, 14/11/2009 e 12/12/2009 das 08h às 12h.

Livros sugeridos para este curso:

1) “Um curso de Cálculo” , vol. 1 e 2, H. L. Guidorizzi, 5ª edição, editora LTC;

2) “O Cálculo com Geometria Analítica”, vol. 1, L. Leithold, 3ª edição, editora Harbra;

3) “Introdução à Física”, volume único, M. Pimenta e outros, 2ª edição, editora McGraw-Hill;

4) “Matemática Aplicada à Administração e Economia”, S. T. Tan, 2ª Edição, editora Thomson Pioneira;

5) “Circuitos elétricos e eletrônicos”, Quevedo, C. Peres, 2ª edição, LTC editora;

6) “Matemática Finita”, Seymour Lipschutz, edição de 1972, Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda.

★ENTREGAR OS EXERCÍCIOS 1, 2, 3, 4, 6, 10 e 11 para o dia 27/11/2009, dia da P2.

1. Considere uma partícula percorrendo sua trajetória unidimensional em movimento uniformemente variado (MUV) com aceleração igual a $5m/s^2$. Considere o tempo inicial do movimento $t_0 = 0s$, a posição inicial $S_0 = 12m$ e sua velocidade inicial $v_0 = 3m/s$. A partir de $a = \frac{dv}{dt}$ adaptados para este exercício, mostre que $S(t) = 12 + 3t + 5t^2/2$ é a função horária desta partícula.
2. A partir da série de Taylor de $f(x)$ (conforme notações vistas em sala de aula):

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(c)}{n!} (x - c)^n$$

- a) Deduza o método de Newton-Raphson para solução de equações algébricas a partir da proposta: $S = t + \varepsilon$, ou seja, “Solução=tentativa+erro”;
 - b) Utilize o método deduzido no item anterior para calcular as duas raízes de $7x^2 + 8x + 2 = 0$ com tentativas iniciais $-0,4$ e $-0,8$ para cada raiz.
3. Expandir $f(x) = e^x$ em série de McLaurin e calcular $e^{j\pi}$. Lembre-se que $j \equiv \sqrt{-1}$.
 4. Considere um bloco de massa M pendurado no teto por uma mola de constante elástica k . A oscilação ocorre na direção vertical y e o bloco também está sujeito à força peso, ou seja, atuam no bloco a força elástica $-k\vec{y}$ e peso $m\vec{g}$, onde g é a aceleração da gravidade (considerada constante). Escreva a segunda Lei de Newton na forma diferencial para este sistema.
 5. Uma partícula de massa igual a $10kg$ desloca-se sobre o eixo x sob ação de uma força, paralela ao deslocamento e de intensidade $F(x) = -10x$ medida em Newtons (N).
 - a) Qual é a equação diferencial que rege o movimento? Justifique sua resposta.
 - b) As funções $x_1(t) = \text{sen}(t)$ e $x_2(t) = \text{cos}(t)$ são soluções da equação diferencial do item anterior?
 - c) A solução dada por $x(t) = Ae^{-jt} + Be^{jt}$ com A e B constantes reais não nulas também é solução? Lembre-se que $j \equiv \sqrt{-1}$.

6. Resolva as integrais:

a) $\int_0^2 (u^2 - 5u) du$

b) $\int_{-1}^4 x^4 dx$

c) $\int (8 - 22t + t^2) dt$

d) $\int [5\cos(2x) - \sin(3x)] dx$

e) $\int_1^4 (x^2 + 2) dx$

f) $\int_0^{+\frac{\pi}{3}} \cos(3x) dx$

7. Resolver as equações diferenciais:

a) $\frac{dg}{dx} = 6x - 5$

b) $\frac{dy}{dx} = 6x^2$

8. Calcular a área A abaixo da curva de $f(x) = x^2$ para x compreendido entre $[0, 3]$ utilizando a expressão:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=0}^n f(x_k) \Delta x \right]$$

obs. : Utilize quando necessário:

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

9. Considere uma partícula que se desloca sobre o eixo x com equação $x(t)$ e com velocidade $v(t) = v$, constante em $[a, b]$. A diferença $x(b) - x(a)$ é o deslocamento entre os instantes a e b . Como $x(t)$ é uma primitiva de $v(t)$, segue que

$$x(b) - x(a) = \int_a^b v(t) dt$$

Por outro lado, definimos o espaço percorrido pela partícula entre os instantes a e b por

$$\int_a^b |v(t)| dt$$

Se $v(t) \geq 0$ em $[a, b]$, o deslocamento entre os instantes a e b será igual ao espaço percorrido entre estes instantes, que, por sua vez, será

numericamente igual à área limitada pela região compreendida pelas retas $t = a$, $t = b$, pelo eixo t e pelo gráfico de $v = v(t)$.

No caso em que temos $v(t) \geq 0$ em $[a, c]$ e $v(t) \leq 0$ em $[c, b]$ para $c \in]a, b[$ (ou melhor dizendo: $a < c < b$) temos entre os instantes a e b :

$$\text{deslocamento} = x(b) - x(a) = \int_a^c v(t)dt + \int_c^b v(t)dt$$

e

$$\text{espaço percorrido} = \int_a^c v(t)dt - \int_c^b v(t)dt$$

Baseado em todo este texto, calcule o deslocamento e o espaço percorrido entre os instantes $t = 1s$ e $t = 3s$ para uma partícula se movendo unidimensionalmente no eixo x com velocidade $v(t) = 2 - t$ com medidas em (S.I.).

10. Resolver a equação diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{5}{(1+t)}$$

sendo que $x(0) = 0$

11. Calcule as integrais supondo $\omega \neq 0$:

a) $\int_a^b \cos^2(\omega x)dx$

b) $\int_a^b \sin^2(\omega x)dx$